約分・通分

約分

分数の中には、表し方が違っても同じ数を表すものがあります。そのような例を一つ見てみましょう。まずは $\frac{1}{3}$ を考えます。これは「１」を３つに分けたうちの１つ分です。

次に、3つに分けたものをさらに2つに分けます。すると、上の右側の図のように全体を３×２＝６で６等分することになります。そのとき、3つに分けたうちの１つ分は、6つに分けたうちの 2 つ分になることもわかります。この 2 つ分は１×２＝２と計算すればよいこともわかるでしょう。

以上のことから次のことがわかります。

$$\frac{1}{3}=\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{6}$$

同じようにして

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}&=\frac{1\times 3}{3\times 3}=\frac{3}{9}\\&=\frac{1\times 4}{3\times 4}=\frac{4}{12}\\&=\frac{1\times 5}{3\times 5}=\frac{5}{15}\end{aligned}$$

となることもわかります。

このように分数は、分母と分子に同じ数をかけても大きさが変わらないことがわかります。分母分子に同じ数をかけることを**倍分**（ばいぶん）と呼ぶことがあります。

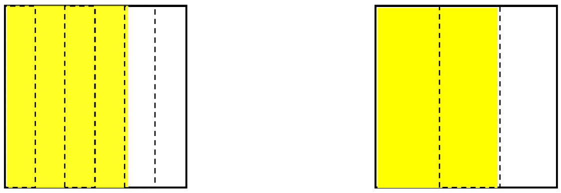
問題

次の☆印に入る数字を答えなさい。

(1) $\frac{1}{2}=\frac{☆}{6}=\frac{5}{☆}=\frac{☆}{12}=\frac{☆}{8}=\frac{2}{☆}=\frac{7}{☆}$

(2) $\frac{3}{7}=\frac{27}{☆}=\frac{☆}{14}=\frac{☆}{35}=\frac{24}{☆}=\frac{18}{☆}=\frac{☆}{28}=\frac{9}{☆}=\frac{☆}{49}$

倍分の反対も考えて見ましょう。こちらも例で考えましょう。$\dfrac{4}{6}$ は「１」を６等分して、そのうちの４つ分の数です。６も４も２で割れますので、２つずつまとめてみましょう。



すると、６÷２＝３ですから、６等分は３等分になります。４つ分も４÷２＝２ですから２つ分になります。このことをまとめると次のような式になります。

$$\frac{4}{6}=\frac{4\div 2}{6\div 2}=\frac{2}{3}$$

このことからわかるように、分母と分子が同じ数で割り切れるとき、分母分子を同じ数で割っても分数の大きさは変わりません。このように、分母分子を同じ数で割ることを、**約分**（やくぶん）といいます。上の例のような場合は「$\dfrac{4}{6}$（の分母分子）を２で約分する」と言います。

進んだ勉強のために

ある整数を割り切ることのできる整数を、その整数の**約数**（やくすう）と言います。例えば、６の約数は、１，２，３，６の４つです。分数を約分するためには、その分数の分母と分子が共通の（1 より大きい）約数を持っていなければなりません。このように２つ（以上）の整数に共通した約数を、それらの整数の**公約数**（こうやくすう）と言います。

12 の約数は、１，２，３，４，６，12

８の約数は、１，２，４，８

であるから、12 と８の公約数は１，２，４である。

公約数の中で、一番大きいものを**最大公約数**（さいだいこうやくすう）と言います。12 と８の最大公約数は４です。分数は、分母分子の最大公約数で約分すると分母分子が一番小さくなります。そのように約分された分数は、もうそれ以上(1 より大きな公約数で)約分できません。そのような分数を**既約分数**（きやくぶんすう）といいます。

問題

できるだけ約分をしなさい。

(1) $\dfrac{6}{8}$	(2) $\dfrac{6}{9}$	(3) $\dfrac{35}{42}$	(4) $\dfrac{15}{45}$
(5) $\dfrac{12}{32}$	(6) $\dfrac{18}{24}$	(7) $\dfrac{27}{72}$	(8) $\dfrac{24}{36}$

通分

分母の等しい２つの分数は、分子を比べればどちらが大きいかわかります。例えば、$\frac{4}{7}$ と $\frac{3}{7}$ では、分子の大きい $\frac{4}{7}$ の方が大きいことがわかります。ところが、分母が異なる２つの分数は簡単には大小を比較できません。例えば、$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ はこのままではどちらが大きいかわかりません。どのようにして大きさを比べたらよいでしょう。

また、分母の等しい分数どうしの足し算・引き算は分子を足したり、引いたりすれば良いことは学びました。それでは、分母が異なる分数どうしの足し算・引き算はどのようにすれば良いでしょうか。

分母が異なる分数の分母を等しくすることができたら、上に書いた問題はすべて解決します。それでは、分母をそろえるにはどうしたらよいかを考えてみましょう。$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ を例として考えてみます。$\frac{1}{3}$ は分母と分子に５をかけても大きさは変わりませんでした。（倍分といいましたね）つまり

$$\frac{1}{3}=\frac{1\times5}{3\times5}=\frac{5}{15}$$

となります。$\frac{1}{3}$ という数は $\frac{5}{15}$ とも書けるということです。

$\frac{2}{5}$ についても分母分子に３をかけると

$$\frac{2}{5}=\frac{2\times3}{5\times3}=\frac{6}{15}$$

となります。$\frac{2}{5}$ という分数は $\frac{6}{15}$ とも書けるということになります。これで $\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ の分母がそろいました。すなわち、$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ を比べるには、$\frac{5}{15}$ と $\frac{6}{15}$ を比べれば良いことになります。この結果から、$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ では $\frac{2}{5}$ の方が大きいことがわかります。

上で見た例のように、２つの分数の分母を等しくすることを、**通分**（つうぶん）といいます。上の例は「$\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ を通分すると $\frac{5}{15}$ と $\frac{6}{15}$ になる」などといいます。通分するには２つの分数の分母が等しくなるように、それぞれの分数を倍分します。

進んだ勉強のために

ある整数を（1 倍、）2 倍、3 倍、4 倍…した数をその整数の**倍数**(ばいすう)といいます。３の倍数は 3,6,9,12,15…です。倍数は約数と違い、限りなくあります。通分したときの分母は、元の分母の倍数になっています。$\dfrac{1}{3}$ と $\dfrac{2}{5}$ を通分したときの分母 15 は 2 つの分母 3,5 両方の倍数になっています。このように 2 つ（以上）の整数に共通した倍数を、それらの整数の**公倍数**(こうばいすう)と言います。

３の倍数は、３，６，９，12，15，18，…

５の倍数は、５，10，15，20，…

であるから、15 は３と５の公倍数である。もっと先まで見れば 30，45，…も公倍数であることがわかる。

公倍数の中で、一番小さいものを**最小公倍数**(さいしょうこうばいすう)と言います。3 と 5 の最小公倍数は 15 です。分数を通分するには、通分後の分母を、通分したい分数の分母の最小公倍数になるようにそれぞれの分数を倍分します。

問題

次のそれぞれの 2 つの分数を通分しなさい。

(1) $\left(\dfrac{4}{5}, \dfrac{3}{7}\right)$　(2) $\left(\dfrac{2}{9}, \dfrac{1}{12}\right)$　(3) $\left(\dfrac{1}{6}, \dfrac{4}{9}\right)$　(4) $\left(\dfrac{5}{12}, \dfrac{3}{16}\right)$　(5) $\left(\dfrac{4}{15}, \dfrac{3}{20}\right)$

分数の足し算・引き算(3)

分母が異なる分数どうしの足し算・引き算をやってみましょう。分母が異なる分数の足し算・引き算は、まず分母を通分します。後は同分母の足し算・引き算を行い、答が約分できる場合には、約分をします。いくつか例を見てみましょう。

$$\begin{aligned}1\frac{1}{5}+2\frac{2}{3}&=1\frac{3}{15}+2\frac{10}{15}\\&=3\frac{13}{15}\end{aligned}$$

この計算は、まず分母を通分しています。その後は整数は整数どうし、分母が同じである分数部分は分子を足しています。

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}+1\frac{1}{6}&=\frac{2}{6}+1\frac{1}{6}\\&=1\frac{3}{6}\\&=1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

この計算も、通分してから足しています。答の分数部分である $\frac{3}{6}$ は分母分子を３で約分できますので、約分をしてできるだけ簡単な形（もうこれ以上約分できない形。既約分数といいました）にしておきます。

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}+1\frac{8}{9}&=\frac{18}{45}+1\frac{40}{45}\\&=1\frac{58}{45}\\&=2\frac{13}{45}\end{aligned}$$

分数部分が仮分数になってしまった場合は、分数部分が真分数の形になるように整数部分に「繰上げ」ます。

$$\begin{aligned}3\frac{3}{8}-1\frac{2}{12}&=3\frac{9}{24}-1\frac{4}{24}\\&=2\frac{5}{24}\end{aligned}$$

引き算もたし算と同様に、通分してから整数は整数どうし、分数部分は分数部分どうし引いています。

$$\begin{aligned}4\frac{2}{7}-1\frac{3}{4}&=4\frac{8}{28}-1\frac{21}{28}\\&=3\frac{36}{28}-1\frac{21}{28}\\&=2\frac{15}{28}\end{aligned}$$

引き算の場合、分数部分が引けないときがあります。上の例では、$\frac{8}{28}$ から $\frac{21}{28}$ は引けません。このような場合は、整数部分から１を「繰り下げて」きて帯仮分数（上の例では $3\frac{36}{28}$）にしてから、引き算をします。

$$\begin{aligned}2\frac{1}{12}-1\frac{1}{3}&=2\frac{1}{12}-1\frac{4}{12}=1\frac{13}{12}-1\frac{4}{12}\\&=\frac{9}{12}\\&=\frac{3}{4}\end{aligned}$$

引き算の場合でも最後の答が約分できるときは約分をしておきましょう。

問題

次の計算をしなさい。

(1) $3\frac{1}{4}+1\frac{2}{3}$　(2) $1\frac{2}{3}+3\frac{4}{5}$　(3) $\frac{11}{15}+3\frac{3}{5}$

(3) $4\frac{1}{2}-\frac{3}{7}$　(2) $3\frac{2}{15}-1\frac{7}{20}$　(4) $2\frac{17}{24}-1\frac{5}{6}$