

分数

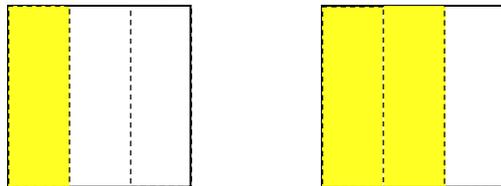
分数とは

「1」より小さい数を表す方法として、小数を学びました。「1」を10等分してその1つを「0.1」、さらに「0.1」を10等分してその1つを「0.01」のように表し、「0.1」が2つならば「0.2」、「0.01」が7つならば「0.07」のように「位取り」とその桁の数字で1より小さい数字を表しました。また、「2」と「0.4」ならば「2.4」、「5」と「0.06」ならば「5.06」「8」と「0.3」と「0.09」ならば「8.39」のように異なる桁を組み合わせることで数字を表すこともできます。

これは、「1」を10集めると「10」、「10」を10集めると「100」となる十進数の仕組みを「1」より小さい数のほうに応用したものです。

「1」より小さい数を表す、もう一つの方法が分数です。「1」を2等分、3等分、4等分…したものがいくつあるかで数を表します。

次の図の左のものを見てみましょう。「1」のタイルを3等分しました。黄色い部分はそのうちの1つです。この黄色い部分が表している数を、「3つに分けたうちの1つ分」という意味で「3分の1」と呼びます。



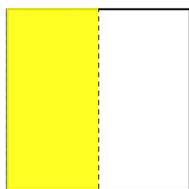
この「3分の1」を数字では $\frac{1}{3}$ と表します。真ん中の横棒は分数であることを示しています。横棒の下の数字（上の例では「3」ですね）を**分母**と呼びます。この数字は「1」をいくつに分けたかを表しています。

では、上の図の右のものを見てみましょう。黄色い部分は「3つに分けたうちの2つ分」です。これを「3分の2」と呼びます。数字では $\frac{2}{3}$ と書きます。横棒の上の数字（この例では「2」です）を**分子**と呼びます。この数字は等分したものがいくつあるかを示します。この例では3等分したものが「2」つあることを示しています。

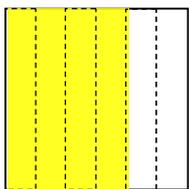
問題

次のタイルが表す数字を分数で答えなさい。

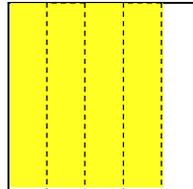
(1)



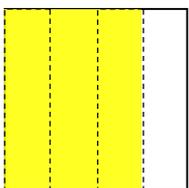
(2)



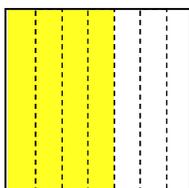
(3)



(4)



(5)



次の分数が表す数字をタイルで書きなさい。

(1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{3}{7}$

(3) $\frac{3}{6}$

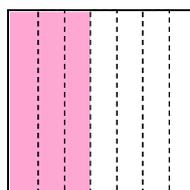
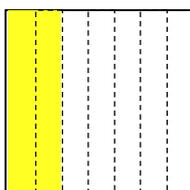
(4) $\frac{2}{2}$

(5) $\frac{2}{5}$

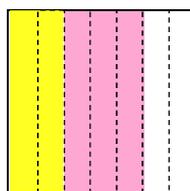
分数の足し算・引き算(1)

分母が同じである分数どうしの足し算・引き算は簡単にできます。

例として、 $\frac{2}{7}$ と $\frac{3}{7}$ の足し算を考えてみましょう。それぞれをタイルで表すと次のようになります。



これらを1つにまとめてみましょう。



分母が同じですから「1つ分」の大きさが等しいので「いくつ分」（分子の数字です）を足すだけで良いことがわかります。この例で言えば、「2つ分」と「3つ分」をあわせて「5つ分」となります。これを式で表すと

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

と書けます。

まとめておきましょう。分母が同じ分数どうしの足し算は、分母は元のままにして（上の例では「7」です）分子を足します。

これに対して、分母が異なる分数どうしは簡単には足せません。（理由がわかりますか？）

引き算も同じように考えられます。分母が同じ分数どうしの引き算は、分母を元のままにして、分子を引き算します。例えば次のように計算します。

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

問題

計算をなさい。

(1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ (3) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ (4) $\frac{6}{7} - \frac{2}{7}$

かぶんすう たいぶんすう 仮分数と帯分数

仮分数

分数で、分子が分母と等しくなったときは「1」と等しくなります。「1」を5つに分けて、それを5つ集めたら元通り「1」になります。このことから、分子が分母より大きくなると分数は1より大きくなります。実際右の図から

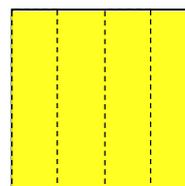
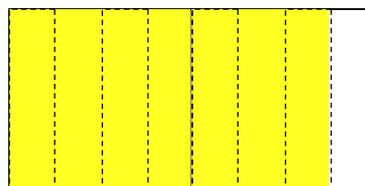
$$\frac{7}{4} > \frac{4}{4} = 1$$

となることはわかるでしょう。

分子が分母と等しいか、または

分子が分母より大きい分数を

仮分数と言います。



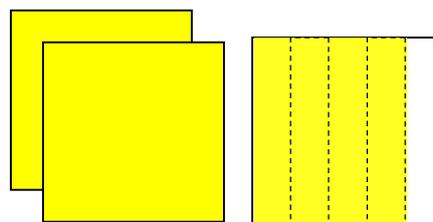
帯分数

小数を整数と合わせて表すことは学んでいます。例えば、「2」と「0.1」ならば「2.1」のような表し方です。分数でも、整数と分数を合わせて表すことがあります。例として、

「2」と $\frac{4}{5}$ を合わせた数を考えてみましょう。

このような数を

$$2\frac{4}{5}$$



のような表し方をします。

読み方は「2と5分の4」と読みます。

このような、整数と分数を合わせた形を**帯分数**と呼びます。

仮分数と帯分数

$\frac{7}{4}$ は、 $\frac{4}{4}$ と $\frac{3}{4}$ に分けられます。

$\frac{4}{4}=1$ ですから、 $\frac{7}{4}$ は帯分数の

$1\frac{3}{4}$ に等しいことがわかります。

これを式で表すと

$$\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$$

となります。

$\frac{7}{3}$ について同じように考えてみましょう。

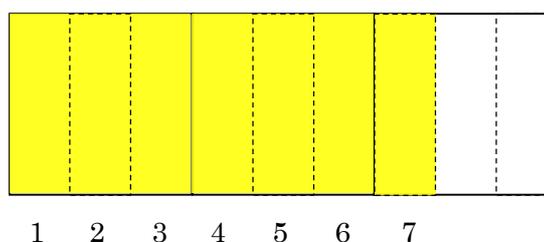
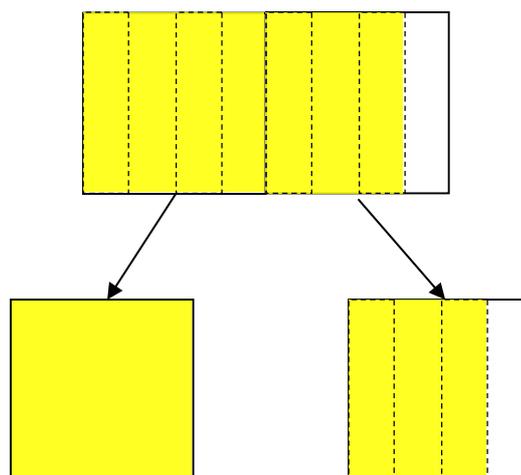
$\frac{7}{3}$ は1を3等分したもの、すなわち $\frac{1}{3}$ が7つあります。

7つは、3つが2組と残りが1になります。

$\frac{1}{3}$ が3つで「1」ですから

$$\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$$

となります。



「7つは、3つが2組と残りが1」になることを出すためには、割り算をすれば良いことがわかります。次のようにします。

$$7 \div 3 = 2 \dots 1$$

この割り算の答（商といいましたね）の2が「3つが2組」であることを表しています。

それから余りの1が「残りが1」であることを表しています。

以上のことから、仮分数を帯分数に直すためには

1. 分子の数を分母の数で割る。
2. 商が整数部分の数字、余りが分子の数字になる。
3. 分母は変わらない。

とすれば良いことがわかります。

・考えてみよう

仮分数を分数に直そうとして分子を分母で割ったところ割り切れてしまいました。

そのとき、この仮分数はどんな数を表していると考えられますか？

反対に帯分数を仮分数に直すことを考えて見ましょう。

$3\frac{2}{5}$ を仮分数に直してみましょう。

整数の「1」は $\frac{1}{5}$ が5つ分です。

整数の「3」はその3倍ですから、

$\frac{1}{5}$ が $5 \times 3 = 15$ で、15個分です。

それと、 $\frac{2}{5}$ の2つ分を入れて

17個分となります。

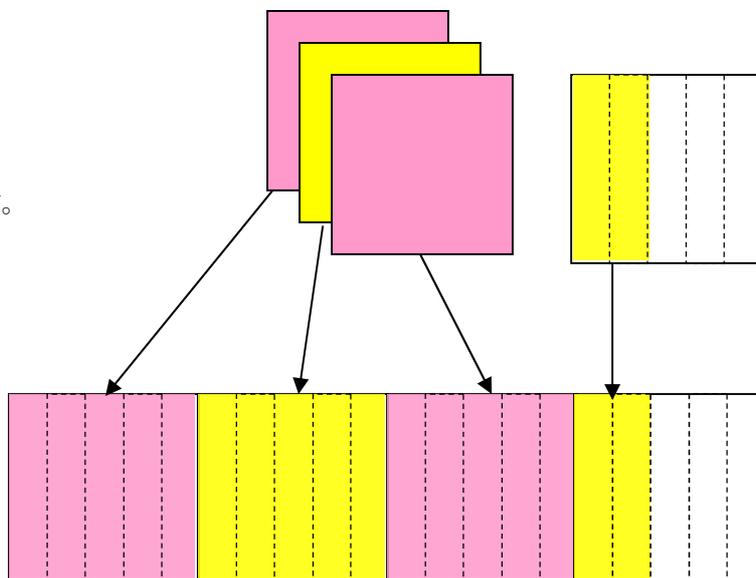
以上の結果から

$$3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

となることがわかります。

ここまでをまとめると、帯分数を仮分数に直すには

1. 整数を分数に直すために、分母の数に帯分数の整数をかける。
2. その答と、帯分数の分子の数を足し、仮分数の分子にする。
3. 分母は変わらない。



問題

帯分数は仮分数に、仮分数は帯分数に直しなさい。

- (1) $3\frac{1}{4}$ (2) $\frac{8}{3}$ (3) $2\frac{3}{7}$ (4) $\frac{23}{5}$
 (5) $1\frac{7}{8}$ (6) $\frac{17}{6}$ (7) $5\frac{7}{9}$ (8) $\frac{33}{2}$

次に、整数全部を分数に直さずに、一部分のみを分数にすることを考えてみましょう。

$3\frac{2}{5}$ の整数のうち、2だけを分数に
 してみましょう。

2は分数で表すと、 $5 \times 2 = 10$ より

$\frac{10}{5}$ になります。これと

元からある $\frac{2}{5}$ を合わせると

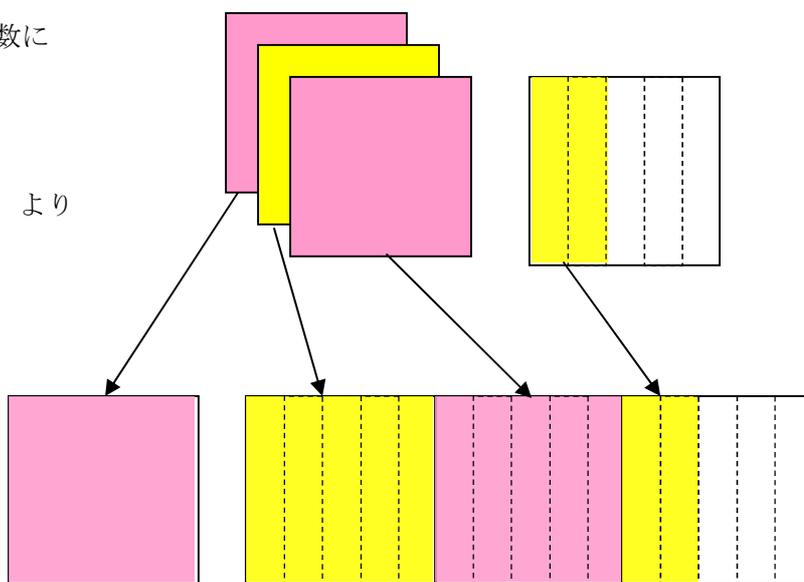
$\frac{12}{5}$ になります。

また、整数は1残ります

以上から

$$3\frac{2}{5} = 1\frac{12}{5}$$

となることがわかります。



上の $1\frac{12}{5}$ のような、整数がついた仮分数を、たいかぶんすう帯仮分数と呼びます。

帯分数、仮分数、帯仮分数に対して、帯分数でなく（整数部分が無く）、分子が分母より小さい分数をしんぶんすう真分数と呼びます。

問題

次の分数を帯分数、仮分数、帯仮分数、真分数に分類しなさい。

- (1) $1\frac{6}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $3\frac{3}{4}$ (4) $\frac{7}{7}$
 (5) $\frac{7}{5}$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) $2\frac{3}{3}$ (8) $5\frac{13}{23}$

分数の足し算・引き算(2)

帯分数どうしの足し算は、

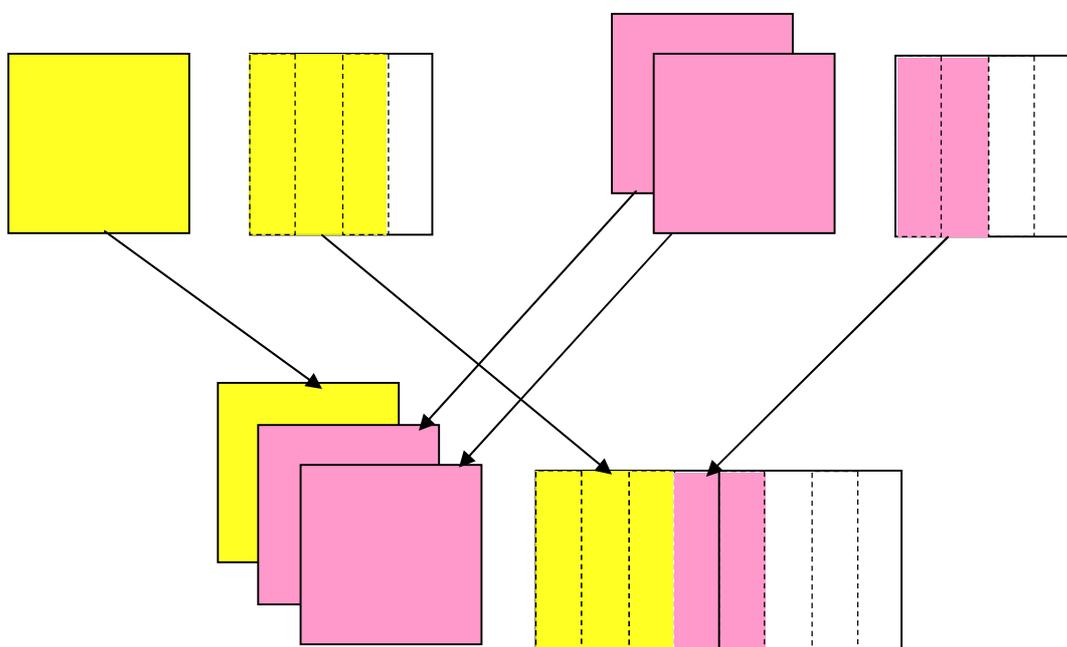
1. 整数どうしをたす。
2. 分数どうしをたす。
3. 分数部分が仮分数になったら、整数に「繰り上げる」。

の手順で計算します。

具体的な例でみてみましょう。

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4}$$

の計算をしてみます。



整数部分は

$$1 + 2 = 3$$

分数部分は

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

となります。上の図を参考にしてください。

これをまとめて式で表すと

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4} = 3\frac{5}{4}$$

となります。帯仮分数になりましたので、 $\frac{5}{4}$ から「繰り上げ」て

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

とします。この整数部分の 1 と、元からあった 3 をたして 4 とします。ここまでのことをまとめると、次のような式になります。

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4} = 3\frac{5}{4} = 4\frac{1}{4}$$

帯分数どうしの引き算もたし算と同様に、整数どうしの引き算、分数どうしの引き算をします。次の計算をしてみましょう。

$$5\frac{6}{7} - 2\frac{2}{7}$$

整数部分は

$$5 - 2 = 3$$

分数部分は

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$$

これらをまとめて

$$5\frac{6}{7} - 2\frac{2}{7} = 3\frac{4}{7}$$

となります。

次のような場合はどうすればよいでしょうか。

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5}$$

整数部分の

$$3 - 1 = 2$$

は良いのですが、分数部分の

$$\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$$

は引き算ができません。このような時は、整数から 1 「繰り下げ」で引かれる数を帯仮分数、仮分数に直して計算します。

$$3\frac{2}{5} = 2\frac{7}{5}$$

となることはもうわかると思います。このようにすれば引き算ができます。

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{4}{5} = 2\frac{7}{5} - 1\frac{4}{5} = 1\frac{3}{5}$$

問題

計算しなさい

$$(1) 1\frac{2}{5} + 3\frac{2}{5} \quad (2) 7\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6} \quad (3) 2\frac{5}{7} + 3\frac{4}{7} \quad (4) 5\frac{1}{8} - 2\frac{6}{8}$$

$$(5) 2\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} \quad (6) 4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \quad (7) \frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} \quad (8) 6\frac{2}{9} - 5\frac{7}{9}$$